Aufgabe 1

Bilde die erste Ableitung: $f(x) = -x^2 \cdot e^{3x}$

$g(x) = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{12x - 2}$

Aufgabe 2

Bilde eine Stammfunktion: $f(x) = \frac{3}{x^2} - \cos\left(\frac{x}{3}\right)$

$g(x) = 2 + x + e^{-2x}$

Berechne das Integral: $\int_0^2 4x^3 dx$

Aufgabe 3

Löse die Gleichungen: $(x^2 - 5) \cdot \sin(x) = 0$

$e^{3x-2} = 10$

$e^{4x} - 11e^{2x} + 18 = 0$

Aufgabe 4

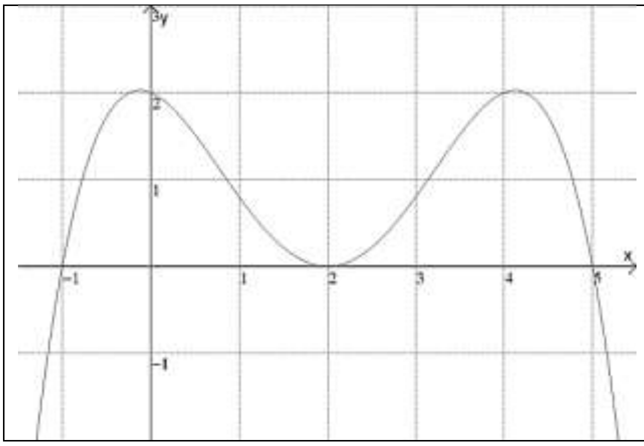
Die Funktion f ist gegeben durch $f(x) = x^3 - 3x^2$

a) Berechne die Normale im Wendepunkt.

b) An welchen Stellen ist die Tangente an das Schaubild von f parallel zur Geraden g mit $g(x) = \frac{7}{3}x - 7$

Aufgabe 5

Die Abbildung zeigt das Schaubild von f´ für –1,25<x<5,25
Entscheide, ob die folgenden Aussagen für den Bereich –1,25 < x < 5,25 wahr, falsch oder nicht entscheidbar sind und begründe deine Entscheidung.



a) Das Schaubild von f hat einen Hochpunkt bei x = 5.

b) Das Schaubild von f hat einen Tiefpunkt bei x = 2.

c) Das Schaubild von f hat eine Nullstelle bei x= –1.

d) f´´(x) < 0 für0 ≤ x < 2

Aufgabe 6

Gegeben sind im Raum eine Gerade g und ein Punkt A, der nicht auf g liegt.

Beschreibe ein Verfahren zur Bestimmung des Abstandes von A zu g.

Aufgabe 1

$f(x) = -x^2 \cdot e^{3x}$ Produktregel und Kettenregel bei e.

$$f'(x) = -2x \cdot e^{3x} - x^2 \cdot 3e^{3x}$$

$g(x) = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{12x-2}$ Kettenregel

$$g'(x) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2\sqrt{12x-2}} \cdot 12 = \frac{1}{\sqrt{12x-2}}$$

Aufgabe 2

$f(x) = \frac{3}{x^2} - \cos\left(\frac{x}{3}\right) = 3x^{-2} - \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ $F(x) = 3 \cdot \frac{1}{-1} x^{-1} - \sin\left(\frac{x}{3}\right) \cdot 3 = -\frac{3}{x} - 3\sin(\frac{x}{3})$

$g(x) = 2 + x + e^{-2x}$ $G(x) = 2x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}e^{-2x}$

$$\int_0^2 4x^3 dx = [x^4]_0^2 = 16 - 0 = 16$$

Aufgabe 3

$\underline{(x^2-5) \cdot \sin(x) = 0}$ $x^2 - 5 = 0 \; oder \sin(x) = 0$

$x1 = \sqrt{5}$ $x2 = -\sqrt{5}$ oder $x2 = 0 \;\; oder \; x3 = \pi \;\; oder \; x4 = 2\pi \;\; usw.$

$\underline{e^{3x-2} = 10}$ $3x - 2 = \ln(10) \Leftrightarrow 3x = \ln(10) + 2 \Leftrightarrow x = \frac{\ln(10)+2}{3}$

$e^{4x} - 11e^{2x} + 18 = 0$ $e^{2x} = u$ $u^2 - 11u + 18 = 0 \Leftrightarrow u = \frac{11 \pm \sqrt{121-72}}{2}$

$u = \frac{11 \pm 7}{2}$ $u1 = 9$ $u2 = 2$ $e^{2x} = 9$ $x1 = \frac{\ln(9)}{2}$ $x2 = \frac{\ln(2)}{2}$

Aufgabe 4 $f(x) = x^3 - 3x^2$

a) $f'(x) = 3x^2 - 6x$ $f''(x) = 6x - 6$ $f'''(x) = 6 \neq 0$

$f''(x) = 0$ $6x - 6 = 0$ $6x = 6$ $x = 1$ $f(1) = -2$ $f'(1) = 3 - 6 = -3$

$m_n = -\frac{1}{-3} = \frac{1}{3}$ $Normale: y = \frac{1}{3}(x-1) - 2$ $y = \frac{1}{3}x - 2\frac{1}{3}$

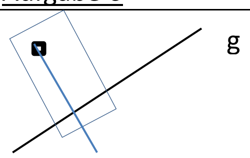
b) Steigung von g: $m = \frac{7}{3}$ $f'(x) = \frac{7}{3}$ $3x^2 - 6x = \frac{7}{3}$ $3x^2 - 6x - \frac{7}{3} = 0$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 4 \cdot 3 \cdot \frac{7}{3}}}{6} = \frac{6 \pm 8}{6} \qquad x1 = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} \qquad x2 = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$$

Aufgabe 5

a) Wahr, da f‘ an der Stelle x = 5 Null ist und das VZ von + nach – wechselt.
b) Falsch, da zwar f‘ an der Stelle x = 2 Null ist, aber das VZ nicht wechselt.
c) Unentscheidbar. Man weiß nur, dass f dort einen Tiefpunkt hat; muss aber nicht auf der x-Achse liegen.
d) Wahr, da f‘ in diesem Bereich monoton fallend ist.

Aufgabe 6

	1. Stelle die Hilfsebene H auf, die A enthält und orthogonal zu g ist, somit den RV von g als NV hat. 2. Schnittpunkt F der Ebene H mit der Geraden g ausrechnen. 3. Die Länge des Vektors AF entspricht dem Abstand des Punktes A von g.